Liepājas Universitātes profesora Edvīna Ģinguļa vārdā nosauktās matemātikas olimpiādes

8. – 9. klašu

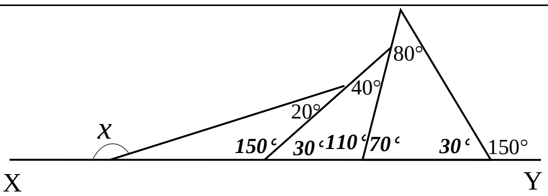
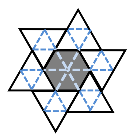
1. daļas ATBILDES

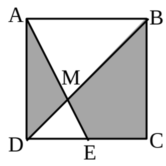
Uzd. nr.	Pareizā atbilde	Skaidrojums
1.	**B**	$4{,}5\cdot 5{,}5+4{,}5\cdot 4{,}5=4{,}5\cdot(5{,}5+4{,}5)=4{,}5\cdot 10$
2.	**B**	A neeksistē, jo leņķu summa nav 180°, C un D neeksistē, jo neizpildās trijstūra nevienādība: īsāko malu summai jābūt lielākai nekā garākajai malai. B ir vienādmalu trijstūris.
3.	**C**	$\frac{2015\cdot 2{,}015}{201{,}5\cdot 20{,}15}=\frac{2015\cdot 2015\cdot 0{,}001}{2015\cdot 0{,}1\cdot 2015\cdot 0{,}01}=1$
4.	**C**	Pārbīdot neiekrāsotās rūtiņas, var iegūt divus kvadrātus: ar malas garumiem 3 un 5. Tāpēc iekrāsotā taisnstūra laukums ir $8^2-3^2-5^2=30$ rūtiņas.
5.	**E**	$19\frac{1}{2}\cdot 20\frac{1}{2}=\left(20-\frac{1}{2}\right)\left(20+\frac{1}{2}\right)=20^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=400-\frac{1}{4}=399\frac{3}{4}$
6.	**C**	Koeficients a nosaka taisnes slīpumu, šajā gadījumā $a<0$; koeficients b ir taisnes krustpunkta ar Oy asi koordināte, tātad $b>0$.
7.	**C**	$a^2-b^2=(a-b)(a+b)=9\cdot 16=144$
8.	**D**	Vienā kolonnā esošie skaitļi dod vienādus atlikumus, dalot ar 7. $2015=7\cdot 287+6$, tātad 2015 ir kolonnā F.
9.	**E**	$2x+3x+5x=180^\circ \Rightarrow x=18^\circ \Rightarrow 5x-2x=3x=3\cdot 18^\circ=54^\circ$
10.	**C**	MCDXLIV=1444
11.	**A**	Visiem vienādmalu trijstūriem visi leņķi ir 60°, tātad tie visi ir līdzīgi viens otram. Piem., trijstūris ar leņķiem 30°, 30°, 120° ir vienādsānu, un trijstūris ar leņķiem 50°, 50°, 80° ir vienādsānu, bet šie trijstūri nav līdzīgi. Piem., taisnleņķa trijstūris ar šaurajiem leņķiem 30° un 60° nav līdzīgs taisnleņķa trijstūrim ar šaurajiem leņķiem 45° un 45°.
12.	**B**	Tā kā Barselona ielaida tikai 1 vārtus, tad zaudētā spēle varēja beigties tikai ar rezultātu 0-1, bet neizšķirtā ar 0-0. Tātad uzvarētā spēle beidzās ar rezultātu 3-0.
13.	**C**	$a+2x>(a+2)x \Rightarrow a+2x>ax+2x \Rightarrow ax<a$. Ja $a\neq 0$, tad nevienādībai eksistē atrisinājums $x<1$, ja $a>0$ vai $x>1$, ja $a<0$. Savukārt ja $a=0$, iegūstam nevienādību $0\cdot x<0$, kurai nav atrisinājuma.
14.	**B**	Mazākais trīsciparu skaitlis ar ciparu summu 8 ir 107, lielākais 800 un 107+800=907.
15.	**E**	Pēc pirmās nocenošanas prece maksāja $200-0{,}1\cdot 200=180$€, pēc otrās nocenošanas $180-0{,}1\cdot 180=162$€, pēc trešās $162-0{,}1\cdot 162=145{,}80$€ un pēc ceturtās cenas samazināšanas reizes tās cena ir $145{,}80-0{,}1\cdot 145{,}80=131{,}22$€,
16.	**E**	Pāra pusē pavisam ir 12:2=6 mājas, tātad nepāra pusē ir 17-6=11 mājas. Tad pēdējās mājas numurs nepāra pusē ir $2\cdot 11-1=21$.

Liepājas Universitātes profesora Edvīna Ģinguļa vārdā nosauktās matemātikas olimpiādes

8. – 9. klašu

2. daļas ATBILDES

Uzd. nr.	Pareizā atbilde
1.	$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}=0{,}45$
2.	 $x=150°+20°=170°$
3.	$20:15=1{,}(3)$. Meklētā summa $S=1+2014\cdot 3=6043$
4.	$P_{ABNM}-P_{MNDC}=2(AN-ND)=8 \Rightarrow ND=AN-4=8-4=4 \Rightarrow AD=8+4=12 \Rightarrow S_{ABCD}=12\cdot 5=60$ (*l.v.*)
5.	*a* – zivis 1. dienā, *b* – zivis 2. dienā, *c* – zivis 3. dienā, tad $a<b<c$, $a+b+c=12$, $c<a+b$ jeb $c<\frac{1}{2}\cdot 12=6$. Ja $c\leq 4$, tad $a+b\geq 8$ un $b\geq 4\geq c$ – neder. Ja $c=5$, tad $a+b=7 \Rightarrow a=3$ un $b=4$. *Atbilde:* 1. dienā noķēra 3 zivis, 2. dienā 4 zivis, 3. dienā 5 dienas.
6.	Apskatām leņķus ap sešstūra virsotni: sešstūra leņķis ir 120°, katra kvadrāta leņķis ir 90°, tātad trijstūra leņķis pie šīs virsotnes ir $360°-120°-2\cdot 90°=60°$. Tā kā visi kvadrāti ir vienādi, tad visi trijstūri ir vienādi vienādsānu trijstūri sr virsotnes leņķi 60°, t.i, tie ir vienādmalu trijstūri. Tātad dotās figūras perimetru veido divpadsmit 1 cm gari nogriežņi, t.i., P=12 cm.
7.	$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{2+1}{2}}}=\frac{1}{1+\frac{2}{3}}=\frac{1}{\frac{3+2}{3}}=\frac{3}{5}$
8.	Taisnstūri veido divas horizontālas malas un divas vertikālas malas. Tāpēc pavisam ir $C_5^2\cdot C_7^2=\frac{5\cdot 4}{2}\cdot\frac{7\cdot 6}{2}=210$ taisnstūri.
9.	Sadalām doto figūru vienādmalu trijstūros, kuru malas garums vienāds ar sešstūra malas garumu. Pavisam ir $6\cdot 4+6=30$ trijstūrīši, no kuriem iekrāsoti ir 6. Tātad iekrāsota $\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$ no visas figūras laukuma. 
10.	Ja *x* – meklētais skaitlis, tad *x*-1 dalās ar2, 3, 4, 5, 6, tātad dalās ar 60. Jāatrod mazākais skaitlis, kas dalās ar 60, un kuram pieskaitot 1, tas dalās ar 7. 60+1=61 nedalās ar 7; 120+1=121 nedalās ar 7; 180+1=181 nedalās ar 7; 240+1=241 nedalās ar 7; 300+1=301 dalās ar 7. *Atbilde:* 301.
11.	Pēc kārtas ņemti naturāli skaitļi, kas dalās ar 3, veido aritmētisko progresiju ar diferenci 3. Mazākais divciparu skaitlis, kas dalās ar 3 ir $a_1=12$, lielākais $a_n=99$. No 1 līdz 99 (iesk.) ir 33 skaitļi, kas dalās ar 3, trīs no tiem ir viencipara skaitļi, tātad ir $n=33-3=30$ divciparu skaitļi, kas dalās ar 3, un to summa ir $S=\frac{(a_1+a_n)n}{2}=\frac{(12+99)\cdot 30}{2}=1665$.

12.	Apzīmējot $x^2 = t$, iegūstam kvadrāttrinomu $t^2 - 5t + 4$, kura saknes ir 1 un 4, tātad to var sadalīt reizinātājos $t^2 - 5t + 4 = (t-1)(t-4) = (x^2-1)(x^2-4) = (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$
13.	$1+2+3+...+15 = \frac{(1+15)\cdot 15}{2} = 120$. Ja tika nodzēsts skaitlis *x*, atlikušo skaitļu vidējais aritmētiskais ir $\frac{120-x}{14} = 8 \Rightarrow 120-x = 8\cdot 14 = 112 \Rightarrow x = 8$.
14.	Meklējamo skaitli apzīmēsim ar $\overline{abccba}$, kur *a*, *b*, *c* – cipari. Tā kā tas dalās ar 15, tas dalās ar 3 un ar 5, t.i., $2(a+b+c)$ dalās ar 3, *a* ir 5 vai 0. $a \neq 0$ (tad nebūtu sešciparu skaitlis), tātad $a = 5$. Lai skaitlis būt pēc iespējas lielāks, augstākajās šķirās jābūt pēc iespējas lielākiem cipariem, t.i., $b = 9$. Tad *c* ir lielākais iespējamais, kuram $2(5+9+c) = 28 + 2c$ dalās ar 3, tātad $c = 7$. *Atbilde:* 597795.
15.	Pirms LIEPU ir visas virknītes, kuru pirmais burts ir E vai I, tādu ir $2\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 48$, un visas virknītes, kuru pirmie burti ir LE, tādu ir $3\cdot 2\cdot 1 = 6$. Tātad pirms LIEPU atrodas 48+6=54 citas virknītes, un LIEPU atrodas 55. vietā.
16.	ΔAMB~ΔEMD (∠AMB=∠DME (krustleņķi), ∠ABM=∠EDM (šķērsleņķi)). $\mathrm{DE} = \frac{1}{2}\mathrm{AB} \Rightarrow$ $\mathrm{DM} = \frac{1}{2}\mathrm{AM}$ un $\mathrm{EM} = \frac{1}{2}\mathrm{AM} = \frac{1}{3}\mathrm{AE}$.  Apzīmēsim $S_{\mathrm{ABCD}} = S$, tad $S_{\mathrm{ADC}} = S_{\mathrm{BCD}} = \frac{1}{2}S$, $S_{\mathrm{AED}} = \frac{1}{2}S_{\mathrm{ACD}} = \frac{1}{4}S$, $S_{\mathrm{DEM}} = \frac{1}{3}S_{\mathrm{AED}} = \frac{1}{12}S \Rightarrow S_{\mathrm{ADM}} = S_{\mathrm{AED}} - S_{\mathrm{DEM}} = \frac{1}{4}S - \frac{1}{12}S = \frac{1}{6}S$, $S_{\mathrm{BCEM}} = S_{\mathrm{BCD}} - S_{\mathrm{DEM}} = \frac{1}{2}S - \frac{1}{12}S = \frac{5}{12}S \Rightarrow S_{\mathrm{AMD}} : S_{\mathrm{BMCE}} = \frac{1}{6}S : \frac{5}{12}S = \frac{2}{5}$
17.	Ritvars ir saņēmis $4+5+...+18 = \frac{(4+18)\cdot 15}{2} = 165$ zelta monētas, bet Jānis $4+5+...+16 = \frac{(4+16)\cdot 15}{2} = 130$ monētas tātad kopā viņi saņēmuši 165+130=295 zelta monētas.
18.	Pieņemsim, ka 5 punktus Miks ieguva *x* reizes, bet gan 8 punktus, gan 10 punktus – *y* reizes. Tad kopējā punktu summa ir $5x + 8y + 10y = 99 \Rightarrow 5x + 18y = 99$. Gan 99, gan 18*y* dalās ar 9, tad 5*x* jādalās ar 9, tātad *x* dalās ar 9. Apskatot visas iespējas, redzam, ka der tikai *x*=9, tad *y*=3 un sekmīgi bija 9+3+3=15 metieni kas ir 75% no visiem metieniem. Tātad pavisam tika izdarīti 20 metieni.
19.	Apzīmēsim straumes ātrumu ar *x* (km/diennaktī) tvaikoņa ātrumu stāvošā ūdenī ar *v* (km/diennaktī). Tad attālums *s* starp pilsētām A un B ir $s = (v+x)\cdot 5 = (v-x)\cdot 7 \Rightarrow v = 6x \Rightarrow$ $s = (6x+x)\cdot 5 = 35x$, t.i., plosts no A līdz B peldēs 35 dienas.
20.	Mazākais virsmas laukums būs tad, ja iespējami daudz skaldnes saskarsies un paliks ķermeņa iekšpusē. Labākā situācija būs tad, ja katrs kubiņš saskarsies ar diviem citiem ar veselu skaldni, tad iekšpusē paliks 4·2=8 skaldnes un ķermeņa kopējais virsmas laukums būs $16\cdot 2^2 = 64$ cm^2.